Rev. LatinAm. Metal. Mat.

Artículo Regular

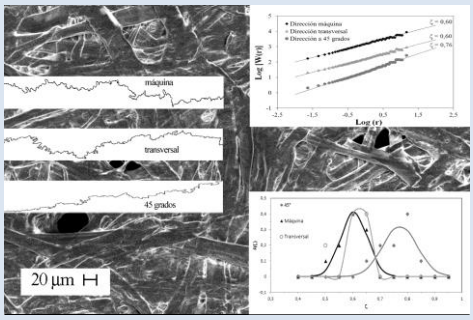
www.rlmm.org

AUTOAFINIDAD DE LAS TRAYECTORIAS DE PROPAGACIÓN DE GRIETAS EN DOS TIPOS DE PAPEL

Moisés Hinojosa, Jorge Aldaco y Marco Castillo*

Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Universidad Autónoma de Nuevo León,
Av. Universidad S/N, Cd. Universitaria, San Nicolás de los Garza, Apartado Postal 076 F, NL 66450, México.

**e-mail: hinojosamoises@yahoo.fr*



RESUMEN

Está documentado que las superficies de fractura de materiales tridimensionales son objetos autoafines caracterizados por el exponente de Hurst, centrados en valores persistentes o universales de 0,5 y 0,8. La fractura de materiales bidimensionales ha sido menos estudiada y el medio más analizado ha sido el papel. Los modelos teóricos predicen en general valores del orden de 2/3 para el exponente de Hurst en dos dimensiones, sin embargo, los resultados experimentales reportados muestran una dispersión y desviaciones de dicho valor. Siendo el papel un material anisotrópico como resultado de su proceso de fabricación, el efecto de esta característica aún no ha sido estudiado a fondo, tampoco se ha explorado suficientemente el efecto del espesor. En este trabajo analizamos dos tipos de papel de diferente espesor: BPL21 de 30 µm y papel couché de 270 µm; se determinó el exponente de Hurst de las trayectorias de propagación de grietas en modo I para las direcciones máquina, transversal y a 45°. Corroboramos que el exponente de Hurst tiende a distribuirse alrededor del valor de 2/3 para ambos papeles tanto en la dirección máquina como transversal. Sin embargo, en el caso del papel couché y para la dirección a 45°, el exponente de Hurst es de 0,78, lo que sugiere una transición hacia las condiciones tridimensionales que dan lugar al valor universal de 0,8. Nuestros resultados apoyan la conjetura de que los exponentes de rugosidad muestran tres distribuciones estadísticas centradas en los valores 0,5, 2/3 y 0,8.

Palabras Claves: Propagación de grietas, fractura bidimensional, estructura del papel.

SELF-AFFINE CRACK PROPAGATION PATHS ON TWO TYPES OF PAPER

ABSTRACT

It is established in the literature that the fracture surfaces of three-dimensional materials are self-affine objects characterized by persistent or universal Hurst exponents with values centered around 0,5 and 0,8. Fracture of two-dimensional materials has been less studied and the studies have been concentrated on cellulose paper. Theoretical models in general predict values of the order of 2/3 for the Hurst exponent in two dimensions, however the reported experimental results show dispersion and deviations from that value. Being paper an anisotropic material as a result of its manufacturing process, the effect of this feature has not yet been thoroughly studied, nor has been the effect of thickness sufficiently explored. In this study we analyze two types of paper of different thickness: BPL21 of 30 µm and couché paper of 270 µm; the Hurst exponent of the propagation cracks paths in mode I was determined for the machine, transverse and 45° directions. We confirmed that the Hurst exponent tends to be distributed around the value of 2/3 for both papers in both the machine and transverse directions. However, in the case of couché paper in the direction at 45 °, the Hurst exponent is around 0,8, suggesting a transition to tridimensional conditions leading to the universal value of 0,8. Our results support the conjecture that the roughness exponents show three statistical distributions centered on the values 0,5, 2/3 and 0,8.

Keywords: Crack propagation, Bidimensional fracture, paper structure.

Recibido: 28-04-2016 ; **Revisado:** 06-07-2016
Aceptado: 20-08-2016 ; **Publicado:** xx-yy-201z
DOI: *10.5281/zenodo.8217903*

pISSN: 0255-6952 | eISSN: 2244-7113
Rev. LatinAm. Metal. Mat. 2017; **37** (1): 35-44

1. INTRODUCCIÓN

Con el advenimiento de la geometría fractal, se dio un renovado impulso al estudio de la física de la fractura [1, 2] ya que una de las primeras aplicaciones prácticas de dicha geometría fue el estudio pionero de Mandelbrot, Passoja y Paulay [3] en el que se encontró que las superficies de fractura pueden describirse mediante la dimensión fractal y que ésta se relacionaba con las propiedades mecánicas del acero maraging estudiado. Estos descubrimientos derivaron una nueva línea de investigación del fenómeno de la fractura que ha sido objeto de excelentes reviews [4-8]; de ahí se deriva que está bien establecido que las superficies de fractura son objetos autoafines, es decir que presentan una invariancia de acuerdo a la relación de escalamiento:

$$(x, y, z) \rightarrow (bx, by, b^{\zeta}z) \qquad (1)$$

en la que ζ es el llamado exponente de Hurst o de rugosidad. Esta relación es válida hasta un valor de longitud de escala llamada la longitud de correlación, ξ. Existen diversos métodos [9-11] para obtener el exponente de Hurst o de rugosidad, actualmente se recomienda [9, 11] emplear por lo menos dos métodos diferentes en todo estudio de autoafínidad. Conviene señalar que el concepto de autoafinidad se refiere a la propiedad de un objeto con características fractales cuyo escalamiento no es autosimilar, sino aproximado o estadístico. En un fractal autosimilar, como la curva de von Koch [12] es posible observar partes pequeñas que son copias exactas del conjunto completo, mientras que en un objeto autoafín, la autosimilitud es aproximada. Un objeto autoafín tal como un perfil de una grieta, puede describirse mediante un exponente de Hurst, a veces, dependiendo de la escala de observación o análisis, pueden manifestarse dos exponentes dominando en intervalos de escala separados por una longitud llamada de quiebre (*cut-off length*), dichos objetos son llamados multiafines. Por ejemplo, Katsuragi [13] analizó el comportamiento de índices bursátiles del mercado japonés y encontró multiafinidad.

A través de los años, los estudios experimentales se han centrado en el análisis de las superficies de fractura de materiales tridimensionales, mientras que las trayectorias de propagación de grietas en materiales cuasibidimensionales han sido menos estudiadas. En el primer caso, Bouchaud *et al.* [5, 14], analizando resultados publicados relativos a una diversidad de materiales tridimensionales y observando que el exponente tendía a valores cercanos a 0,78 o 0,5, dependiendo de la rapidez de propagación de las grietas o de la escala de observación, propuso, usando conceptos de física estadística, que el exponente de rugosidad de las superficies de fractura presenta características de universalidad, conjetura que a través de los años ha sido objeto de debate [6, 15-21]. En general, en el caso de fractura rápida el valor del exponente de Hurst tiende a 0,8, y cuando el proceso de fractura es lento se ha reportado que para materiales metálicos y en vidrios el exponente tiende a un valor de 0,5, cabe hacer mención que la escala en donde se observa este último comportamiento autoafín es del orden de algunos cientos de nanómetros. Se ha reportado [16] que, en muestras de vidrio analizadas mediante microscopía de fuerza atómica, es posible detectar tres distribuciones estadísticas centradas en los valores 0,5, 0,66 y 0,8, interpretando estos valores como atractores. Es oportuno precisar que, en la física estadística, el concepto de universalidad está relacionado a la observación de que hay propiedades de diversos sistemas que son independientes de los detalles de los mismos, la universalidad se manifiesta dentro de ciertos límites de escala cuando interactúan diversos elementos del sistema. En este sentido se aplica el concepto de universalidad, reconociendo que, aunque los materiales presentan múltiples diferencias en su microestructura y pueden fracturarse por diferentes mecanismos bajo diversas condiciones de carga, tienden a presentar valores persistentes del exponente de Hurst.

Por otro lado, los materiales y productos cuasibidimensionales como el papel, láminas de acero, películas plásticas, papel de aluminio, entre otros, son de uso común y cotidiano y también tienen una gran importancia industrial. Por efecto de su fabricación, tienden a presentar direccionamiento o anisotropía en su estructura y propiedades mecánicas [22, 23], efecto que en general es menos importante en los materiales y estructuras tridimensionales. Existen relativamente pocos estudios de la fractura para condiciones bidimensionales, comparados con los estudios en materiales y condiciones tridimensionales, no obstante que el desarrollo histórico de la mecánica

©2017 Universidad Simón Bolívar

de la fractura parte de modelos en condiciones bidimensionales.

La propagación de las grietas en condiciones bidimensionales genera líneas o trayectorias en general irregulares o rugosas, ciertamente autoafines [16, 20, 24-32]. El problema de predecir o por lo menos describir la trayectoria de grietas ha sido objeto de un estudio relativamente intenso en las últimas cuatro décadas. El principio de simetría local [33], establece que una grieta tiende a avanzar en la dirección perpendicular a aquella en la que el esfuerzo de tracción es máximo, ello implica que en un material homogéneo ensayado en modo I la grieta debería avanzar en línea recta, cosa que evidentemente no sucede. Considerando ya el carácter autoafín de las trayectorias de propagación en dos dimensiones, se ha intentado deducir teóricamente el valor del exponente de Hurst usando modelos como el de polímeros dirigidos en un medio aleatorio, que predice un valor de 2/3 [34], el modelo de percolación predice valores del orden de 0,63 [23] y el modelo de fusibles aleatorios predice un valor del orden de 0,7 [35]. Nótese que en todos estos modelos el exponente de rugosidad se considera independiente de la estructura y modo de carga del material. Más recientemente, Cohen y Procaccia [31] aplicaron una generalización del principio de simetría local para deducir un criterio de selección de trayectoria capaz de reproducir los resultados experimentales. También se ha propuesto que los perfiles analizados en ruptura de papel pueden describirse como multiafines [29].

Los estudios experimentales se han centrado en la propagación de grietas en papel común de celulosa, el cual es un material con estructura heterogénea y jerárquica compleja, con carácter multiescalar [22, 23, 32] y que puede considerarse como una red porosa de fibras provenientes normalmente de la madera. Las fibras de celulosa pueden tener longitudes de entre 1 y 8 mm y su diámetro varía entre 15 y 50 µm. La manufactura del papel implica una anisotropía estructural, con las fibras tendiendo a alinearse parcialmente en la llamada "dirección máquina". En la fractura del papel puede ocurrir ruptura de enlaces entre fibras y la ruptura propiamente de las fibras individuales. La estructura del papel, en términos de la longitud de sus fibras de celulosa y su tendencia a alinearse influye en su resistencia, también se ha reportado que la estructura del papel influencia la emisión acústica durante la propagación de las grietas [32].

Los primeros estudios experimentales del carácter autoafín de las trayectorias de grietas de papel [24, 25] resultaron en valores del exponente de rugosidad entre 0,63 y 0,70, en cinco tipos de papel sin reportarse variaciones en las direcciones máquina y transversal. Balankin en 1997 [6], analizando 19 tipos de papel, ensayados en las dos direcciones, obtiene valores de 0,8 para papel Xerox, 0,7 para papel "facial" y 0,5 para cartón. El mismo autor reporta en 1999 [26], analizando cuatro tipos de papel, exponentes que varían alrededor de los valores 0,5, 2/3 y 0,8.

Salminen *et al.*, en 2003 [27], analizaron líneas de propagación en papel y se obtuvo un exponente del orden de 0,6, y por primera se vez considera una posible transición a un régimen de propagación tridimensional, haciendo notar que el exponente es cercano al valor de 2/3, que corresponde a una superficie de mínima energía. Menezes-Sobrinho *et al.*, en 2005 [28] analizaron cinco tipos de papel reportando dependencia del exponente con la dirección máquina o transversal para algunos tipos de papel como periódico, secante y papel seda. En papel *couché* el exponente que reportan es del orden de 0,74 y obtuvieron también resultados del orden de 0,8 para otros papeles relativamente gruesos.

En 2007, Mallick *et al.* [20] reportan valores cercanos a 2/3 para el caso de alta velocidad y cercanos a 0,7 para baja velocidad, en experimentos de *creep* en papel. Mora-Santos *et al.* [30], en 2010 analizaron grietas en papel filtro de 250 micrómetros de espesor y gramaje de 110 g/m^2 y reportaron valores de 0,5, resaltando que es significativamente diferente del valor "universal" de 0,8. Nótese que el valor de 0,5 también ha sido propuesto como universal en el caso de tres dimensiones para escalas pequeñas y/o propagación lenta [5, 16], aquí posiblemente se tuvo una transición al régimen tridimensional con exponente de 0,5 a causa de una baja velocidad de propagación.

Nuevamente, es pertinente señalar que aunque los diversos tipos de papel analizados a lo largo del tiempo por distintos autores presentan evidentes diferencias en composición y estructura, tienden a presentar características de universalidad, con tres exponentes de Hurst influenciados por la velocidad

©2017 Universidad Simón Bolívar

de propagación de las grietas y posiblemente por el espesor, ya que al incrementar éste se tiene la tendencia a pasar de condiciones cuasibidimensionales a condiciones tridimensionales. A manera de síntesis y para los propósitos de este trabajo, resulta relevante resaltar que los exponentes de Hurst parecen seguir tres distribuciones estadísticas [16] en materiales tridimensionales; el análisis de los resultados publicados referentes a grietas en dos dimensiones sugiere que esos tres valores persistentes también se manifiestan en estas condiciones. En este estudio presentamos el análisis del carácter autoafín de las trayectorias de propagación de grietas en dos tipos de papel, teniendo en cuenta el espesor, además de explorar el efecto de la dirección de propagación respecto a la dirección máquina de los papeles estudiados.

2. PARTE EXPERIMENTAL

Se estudiaron dos tipos de papel, a los que nos referiremos como BPL21 y *couché*, el papel denominado BPL21 (base para laminado de 21 gramos por centímetro cuadrado), es un papel delgado que se emplea con aluminio en la laminación del empaque interior de cigarrillos. El papel couché generalmente es un papel de mayor calidad, que puede contener cargas y al cual se le aplica un recubrimiento que puede ser de carbonato de calcio, caolín o algún polímero, este recubrimiento puede agregarse para hacer más pesado el papel, darle mayor brillo y lisura o disminuir la absorción de tinta, entre otras posibilidades. El espesor se determinó con un micrómetro Karl Frank WEINHEIM–BIRKENAU de 0–2.6 mm, bajo la norma TAPPI T 411 om–97 [36], mientras que el gramaje se obtuvo bajo la norma TAPPI T 410 om–98 [37] empleando una balanza Explorer OHAUS, con capacidad máxima de 210 gramos. La longitud de fibras se determinó por medio del clasificador Bauer McNett y un desintegrador de fibras Frank Prufen & Messen, bajo la norma TAPPI T 233 om–95 [38]; en este método se separan las fibras de la muestra, poniéndolas en suspensión y en agitación, la suspensión se hace pasar por tamices de número de mallas creciente montados sobre contenedores dispuestos en cascada. Se determina el peso de las fibras retenidas en cada tamiz, así como el de las que pasan por todos los tamices, los resultados se expresan como porcentaje en peso respecto de la muestra seca original.

La microestructura se observó por microscopía óptica y electrónica de barrido. La dirección máquina del papel y sus propiedades mecánicas se determinaron con las pruebas de rasgado y de tensión, bajo las normas TAPPI T 409 om–98 [39], TAPPI T 414 om–98 [40] y TAPPI T 494 om–96 [41]. Siguiendo la norma TAPPI T 494, en los ensayos mecánicos se empleó una máquina de tensión uniaxial para papel y carton (L&W tensile strenght tester) y se utilizaron diez probetas para cada tipo de papel y para cada una de las direcciones (máquina, transversal y a 45°), para ello las probetas fueron preparadas de manera que el eje longitudinal de las mismas, que corresponde al eje de aplicación de la carga en el ensayo de tensión, estuvo paralelo a la dirección máquina del papel, perpendicular a dicha dirección ó a 45 grados de tal dirección. Es pertinente señalar que el acrónimo TAPPI re refiere a la *Technical Association of the Pulp and Paper Industry*. las normas TAPPI son las más empleadas en la industria del papel.

La velocidad de separación de las mordazas fue de 25 mm/min. Las líneas de ruptura se digitalizaron a 2400 dpi en un escáner de cama plana y se realizó la extracción del perfil de la línea, Fig. 1, mediante algoritmos de análisis de imágenes; se eliminó la tendencia de inclinación mediante la sustracción de una línea de ajuste por el método de mínimos cuadrados. Siguiendo las recomendaciones de Schmittbuhl y Oystein [9, 11], que indican la conveniencia de usar más de un método para calcular el exponente de rugosidad, se emplearon los métodos [9-11] de banda de ancho variable y de covarianza para tal fín. Para cada papel y para cada una de las tres direcciones, se analizaron diez perfiles y para cada perfil se determinó la curva de autoafinidad con los métodos descritos, con cada conjunto de diez curvas de autoafinidad se obtuvo una curva promedio.

3. RESULTADOS Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

En la Tabla 1 se indican las características de espesor, gramaje y longitud de fibras, además de los resultados de las pruebas mecánicas y los valores obtenidos del exponente de autoafinidad. Nótese que el papel *couché* es nueve veces más grueso y doce veces más denso o pesado que el

©2017 Universidad Simón Bolívar

BPL21.

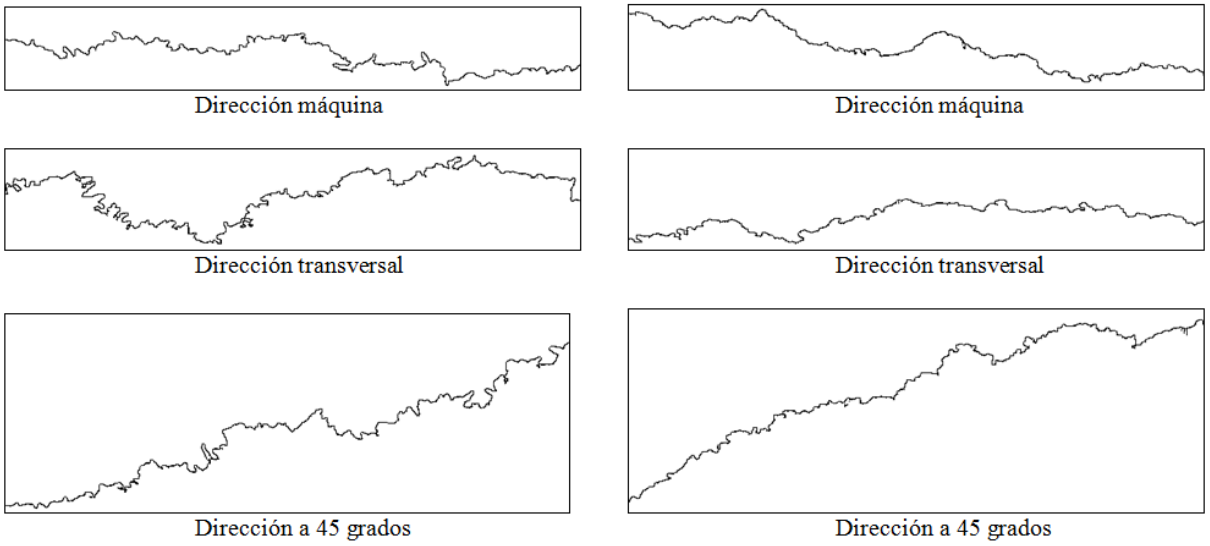


Figura 1. Perfiles de las líneas de ruptura extraídas de las pruebas de tracción: a) papel BPL21; b) papel *couché*.

Tabla 1. Resumen de resultados obtenidos.

	BPL21		*Couché*	
	$\bar{x}$	s	$\bar{x}$	s
Espesor (µm)	30,375	2,628	270,125	2,883
Gramaje (gr/m^2)	21,12	0,19	250,8	1,635
Clasificación de la longitud de las fibras (%)				
Malla 30 (0,595 mm)	45,2		32,96	
Malla 50 (0,297 mm)	11,27		17,32	
Malla 100 (0,148 mm)	14,49		10,99	
Malla 200 (0,074 mm)	5,28		6,56	
Finos	23,24		32,19	

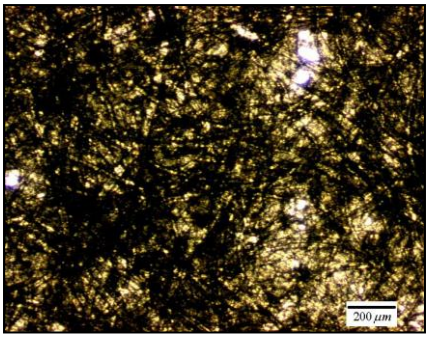
Propiedades mecánicas												
	DM		DT		45°		DM		DT		45°	
	$\bar{x}$	s	$\bar{x}$	s	$\bar{x}$	s	$\bar{x}$	s	$\bar{x}$	s	$\bar{x}$	s
Resistencia (MPa)	49,108	3,166	29,122	1,209	36,369	2,376	44,269	1,429	22,255	0,753	31,454	2,671
% Elongación	0,956	0,1038	4,990	0,690	1,800	0,163	1,958	0,105	5,203	0,582	2,651	0,284
Exponentes de rugosidad												
Método Zmax	0,59±0,11		0,60±0,12		0,63±0,17		0,66±0,10		0,66±0,15		0,80±0,18	
Método de covarianza	0,52±0,14		0,54±0,12		0,58±0,18		0,60±0,14		0,60±0,17		0,76±0,18	

$\bar{x}$ Promedio, s Desviación estándar, DM Dirección máquina, DT Dirección transversal

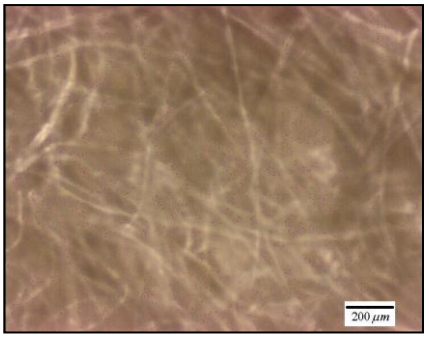
©2017 Universidad Simón Bolívar

Una de las diferencias más notables del resultado de clasificación de longitud de las fibras es que el papel BPL21 tiene una mayor cantidad (45,2 %) de fibras largas (mayores a 0,595 mm) que el papel couché, el cual tiene 32,96 % de fibras mayores a 0,595 mm. En concordancia con lo anterior, el papel BPL21, a pesar de ser más delgado, es más resistente y presenta menor elongación que el *couché*; esto está relacionado a que las fibras más largas generan una mayor cantidad de uniones que las fibras cortas [23]. Por otro lado, la resistencia en la dirección máquina respecto de la dirección transversal es mayor en el orden de 40 % y 50 % para el BPL21 y el *couché*, respectivamente, lo cual es consistente con los resultados publicados en la literatura [22, 23] y que se explican por la tendencia de las fibras a orientarse en la dirección máquina, lo que proporciona mayor resistencia en esta dirección.

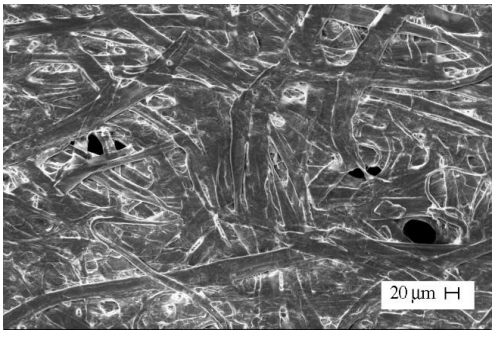
En las micrografías de la Fig. 2 se observa la estructura de ambos papeles en imágenes de microscopía óptica, Figs. 2a y 2b, y electrónica de barrido, Figs. 2c y 2d, en ellas se observa que la estructura del papel BPL21 es más abierta comparada con el *couché*, lo que se correlaciona con el gramaje de ambos papeles; nótese que si bien no es fácil observar fibras individuales es posible observar fibras sensiblemente más largas que el tamaño correspondiente a la malla 30 (0,595 mm). La observación de las fibras se dificulta en el papel couché cuando se observa por microscopía electrónica debido posiblemente a la presencia del recubrimiento característico de este tipo de papel. Nótese que a estas escalas de observación no es posible deducir la orientación preferencial de las fibras en la dirección máquina, por ello se recurre habitualmente a los procedimientos basados en pruebas mecánicas [39-41]. En la fig 2c es posible apreciar algunas uniones entre las fibras; está documentado en la literatura que típicamente cada fibra tiene del orden de 50 uniones con otras [23], aunque esto depende de la longitud de las fibras; estas uniones son las responsables de la resistencia del papel, particularmente en el proceso de fractura, ya que el avance de las grietas se da por la ruptura de estas uniones más que por la falla de fibras individuales [25,29].



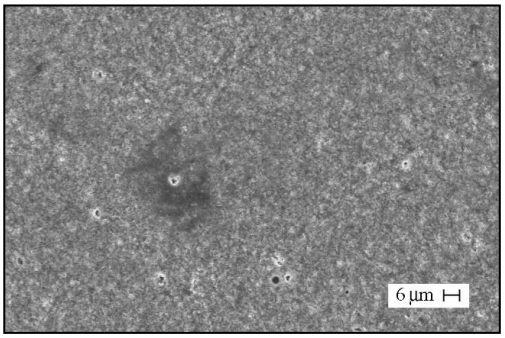
a) Micrografía a 25X del papel BPL21



b) Micrografía a 25X del papel *couché*



c) Micrografía obtenida del MEB a 500X, BPL21



d) Micrografía obtenida del MEB a 2KX, papel *couché*

Figura 2. Estructuras de los papeles analizados, por microscopía óptica se puede ver la estructura porosa del BPL21 (a) y la estructura más cerrada del papel couché (b), por microscopía electrónica de barrido es posible ver detalles de las fibras en el papel BPL21 (c), mientras que en el couché no es posible ver muchos detalles (d) a las magnificaciones empleadas.

©2017 Universidad Simón Bolívar

Las curvas promedio de autoafinidad obtenidas se muestran en las Figs. 3 y 4; los correspondientes valores de los exponentes de rugosidad se incluyen en la Tabla 1. En la Fig. 5 se muestran la distribución estadística de estos exponentes, construidas a partir de tablas de frecuencias de los datos de los exponentes de rugosidad, ajustados a curvas de funciones gaussianas utilizando el método de mínimos cuadrados con el algoritmo no lineal de gradiente reducido generalizado (GRG) de Excel.

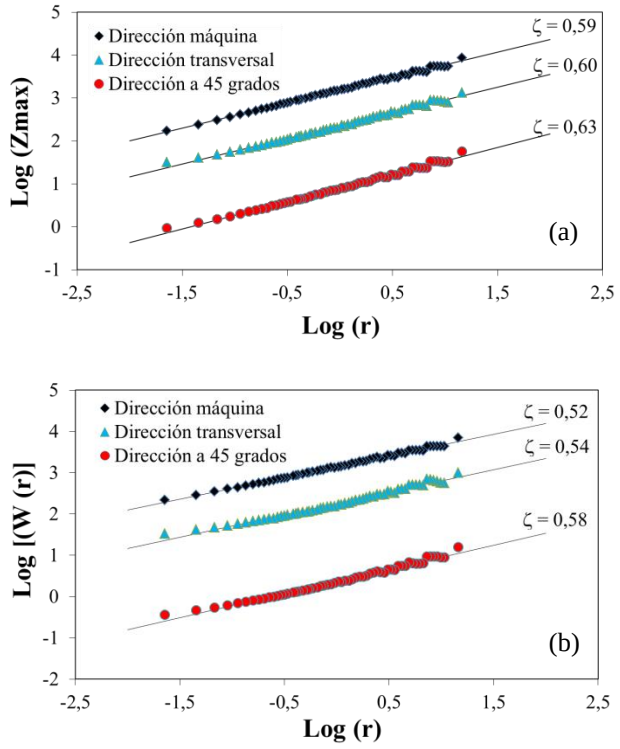


Figura 3. Gráficos de autoafinidad para el papel BPL21 por los métodos de Zmax (a) y de covarianza (b).

Es evidente que existe una diferencia en los valores del exponente de Hurst (ζ) obtenidos mediante el método de Zmax y covarianza, siendo consistentemente mayores para el método de Zmax en todos los casos. Llama la atención que independientemente del método y la dirección de medición, los exponentes son ligeramente mayores para el papel *couché* (si bien la diferencia se encuentra dentro de los márgenes de error). Sin duda lo más interesante es que, tomando como referencia el método de Zmax, los valores son del orden de 0,59 a 0,66, para ambos papeles en las direcciones máquina y transversal; sin embargo, se manifiesta una clara diferencia cuando se analiza la dirección a 45°. Para el papel BPL21, el exponente en dicha dirección no cambia, mientras que para el *couché* el exponente es mayor, con valor de 0,80±0,18 y 0,76±0,18, para los métodos de Zmax y covarianza, respectivamente.

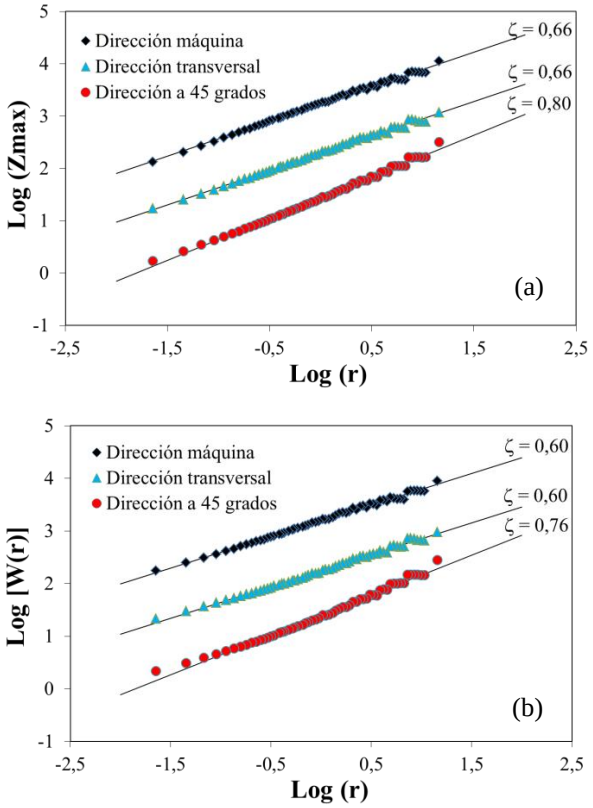


Figura 4. Gráficos de autoafinidad para el papel couché por los métodos de Zmax (a) y de covarianza (b).

Estos resultados sugieren que el espesor del papel *couché*, que es nueve mayor que el del BPL21, hace que se induzca una transición hacia el comportamiento característico de la fractura tridimensional, posiblemente favorecida por un estado de esfuerzos triaxial en la dirección a 45° y por ello se presenta el exponente de 0,8, considerado como universal para dichas condiciones. Esto ya había sido sutilmente sugerido por Salminen *et al.* en 2003 [27]; Menezes-Sobrinho *et al.* en 2005 [28] también reportaron valores del orden de 0,8 en papel *couché*, aunque no interpretaron sus resultados como una transición hacia un régimen de tres dimensiones. Los resultados de Mora-Santos *et al.*de 2010 [30], que reportaron exponentes de 0,5 en papel filtro, grueso, también pueden interpretarse como una transición hacia un régimen tridimensional, pero

©2017 Universidad Simón Bolívar

con el exponente de 0,5 que también se ha propuesto como universal [5, 7]. Recuérdese también que Balankin *et al.* [26] reportaron valores que variaban alrededor de 0,5, 2/3 y 0,8.

Aunque en los experimentos aquí reportados no detectamos valores del orden de 0,5, en base al análisis crítico de la literatura nuestros resultados refuerzan la conjetura [16] de que existen tres valores universales o por lo menos persistentes para los exponentes de rugosidad, con distribuciones estadísticas centradas alrededor de los valores de 0,5, 2/3 y 0,8. Para las condiciones cuasibidimensionales, el valor de 2/3 domina, pero es viable especular que puede evolucionar a los valores de 0,5 o 0,8 cuando el espesor hace que localmente se tengan condiciones triaxiales, particularmente en direcciones oblicuas a la dirección máquina en el caso del papel, siendo también posible que la velocidad de propagación tenga un efecto en dicha transición. Para elucidar el efecto de la velocidad de propagación, es conveniente considerar en trabajo futuros el variar la velocidad de los ensayos de tensión e intentar medir la rapidez de propagación instantánea de las grietas, posiblemente usando una cámara de alta velocidad. Si bien el aspecto de universalidad está firmemente establecido, parece conveniente también, para descartar posibles variaciones debidas a las diferencias en composición química, presencia de lignina y el efecto de las cargas, reproducir estos experimentos en un mismo papel variando únicamente el espesor.

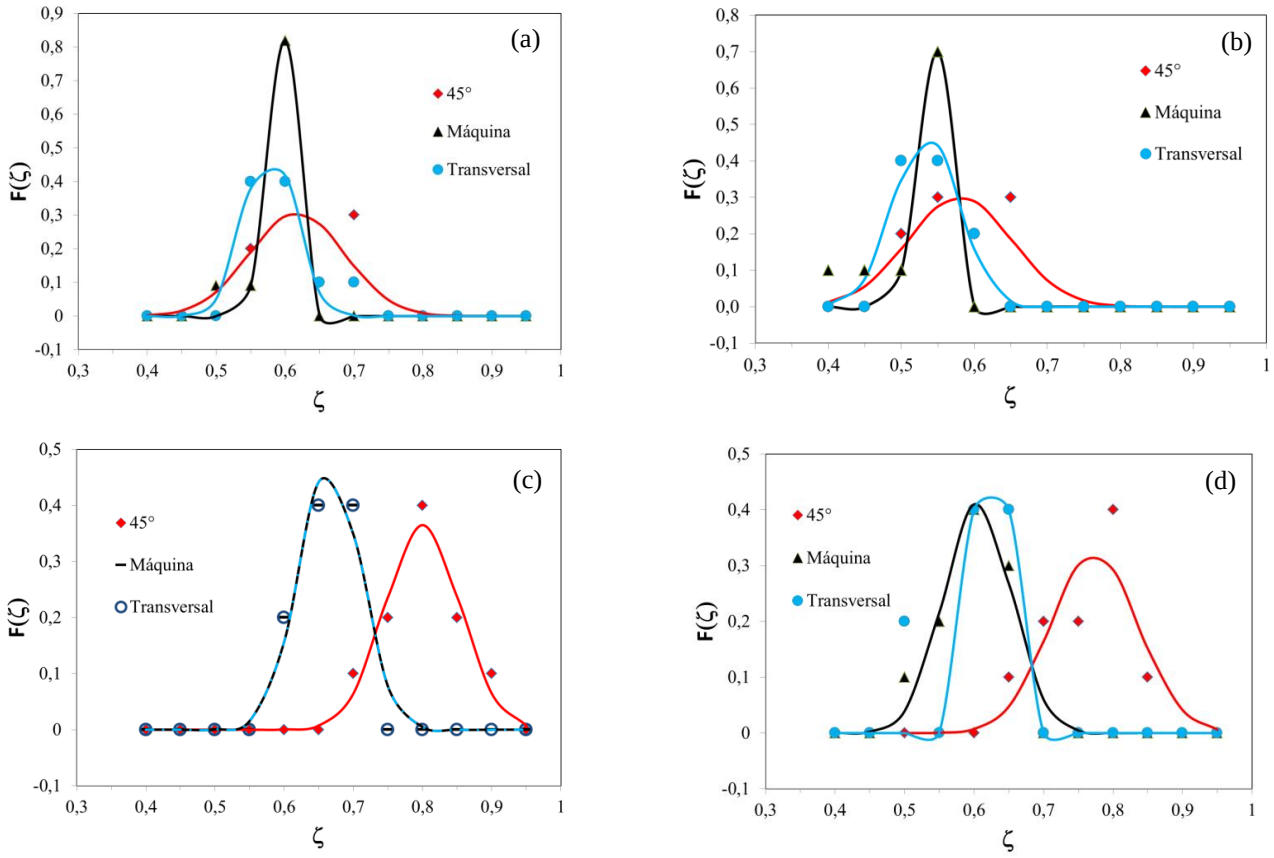


Figura. 5. Distribuciones estadísticas de los exponentes de rugosidad, para el papel BPL21 (5a y 5b) y el papel couché (5c y 5d), calculadas mediante los métodos de Zmax (5a y 5c) y el de covarianza (5b y 5d).

4. CONCLUSIONES

La propagación de grietas en modo I en papel BPL21 y en papel *couché* resultó en exponentes de rugosidad esencialmente iguales con promedios centrados alrededor de 2/3 para las direcciones máquina y transversal. Para la dirección a 45°, en el que el BPL21 mostró el mismo exponente cercano a 2/3, el exponente para el papel *couché* resultó en valores del orden de 0,8, presumiblemente por efecto de su espesor nueve veces mayor que el del

©2017 Universidad Simón Bolívar

BPL21, aunado al estado triaxial de esfuerzos inducidos en dicha dirección; es posible interpretar este efecto como una transición a un régimen tridimensional y por ello se manifiesta el valor propuesto como universal para dichas condiciones. Nuestros resultados soportan la conjetura de que existen tres exponentes persistentes o universales centrados en valores del orden de 0,5, 2/3 y 0,8. Se recomienda realizar más experimentos variando el ángulo desde 0 a 90 grados respecto de la dirección máquina, parece conveniente realizar también un estudio más amplio del efecto del espesor en un mismo tipo de papel.

5. AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen el apoyo y las facilidades otorgadas por la UANL-FIME, el Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología y la empresa Copamex.

6. REFERENCIAS

[1]. E. Bouchaud, D. Joulin, C. Prioul, and S. Roux (editores), Physical Aspects of Fracture, Kluwer Academic Publishers, 2001.

[2]. M. Alava, P. Nukala, and S. Zapperi, Advances in Physics, 2006, 55(3): 349-476.

[3]. B. Mandelbrot, E. Passoja, and J. Paulay, Nature, 1984, 308(5961): 721-722.

[4]. Cherepanov, Balankin, and Ivanova, Engineering Fracture Mechanics, 1995, 51(6): 997-1033.

[5]. E. Bouchaud, Journal Physics Condens. Matter, 1997, 9: 4319-4344 y sus referencias.

[6]. A. Balankin, Engineering Fracture Mechanics, 1997, 57: 135-203 y sus referencias.

[7]. E. Bouchaud, Surface Review and Letters, 2003, 10(5): 797-814.

[8]. D. Bonamy, Journal of Physics D: Appl. Phys., 2009, 42(21): 214014.

[9]. J. Schmittbuhl, JP Vilotte, and S. Roux, Phys. Rev. E., 1995, 51(1): 131-147.

[10]. V. González, O. Chacón, M. Hinojosa, and C. Guerrero, Fractals, 2002, 10(3): 373-386.

[11]. J. B. Øystein, and A. Hansen, Phys. Rev. E, 2007, 76(3): 031136.

[12]. J. Feder, Fractals, Plenum Press, New York, 1988.

[13]. H. Katsuragi, Physica A 278 (2000) 275-281

[14]. E. Bouchaud, G. Lapasset, and J. Planés, Europhysics Letters, 1990, 13(1): 73-79.

[15]. Z. Xiaodong, M. A. Knackstedt, D. Y. C. Chan, and L. Paterson, Europhys. Lett., 1996, 34 (2): 121-126.

[16]. M. Hinojosa, E. Reyes, C. Guerra, V. González, and U. Ortiz, Int. Journal of Fracture, 2008, 151(1): 81-93.

[17]. M. Hinojosa, V. González, J. Sánchez, and U. Ortiz, Polymer, 2004, 45: 4829-4836.

[18]. D. Bonamy, L. Ponson, S. Prades, E. Bouchaud, and C. Guillot, PRL, 2006, 97: 135504.

[19]. L. Ponson, D. Bonamy, and E. Bouchaud, PRL, 2006, 96: 035506.

[20]. N. Mallick, P.-P. Cortet, S. Santucci, S. G. Roux, and L. Vanel, PRL, 2007, 98: 255502.

[21]. D. Dalmas, A. Lelarge, and D. Vandembroucq, 2007, <hal-00201200v1>

[22]. J. A Bristow, and P. Kolseth, Eds., Paper Structure and Properties, Marcel Decker, New York, 1986.

[23]. M. Alava, and K. Niskanen, Reports on Progress in Physics, 2006, 69: 669-723.

[24]. Janos Kertesz, Physica A, 1992, 191: 208-212.

[25]. J. Kertesz, V. K. Horvath, and F. Weber, Fractals, 1993, 1(1): 67-74.

[26]. Balankin, L. Hernández, G. Urriolagoitia, O. Susarrey, J. González, and J. Martínez, Proc. R. Soc. Lond. A, 1999, 455: 2565-2575.

[27]. L.I. Salminen, M.J. Alava, and K.J. Niskanen, Eur. Phys. J. B, 2003, 32: 369-374.

[28]. I. L. Menezes-Sobrinho, M. S. Couto, and I. R. B. Ribeiro, Physical Review E, 2005, 71: 066121.

[29]. E. Bouchbinder, I. Procaccia, S. Santucci, and L. Vanel, Physical Review Letters, 2006, 96: 055509.

[30]. C. A. Mora-Santos, M. del R. Rivera, O. Susarrey, A. Balankin, and M. A. Mendoza, Key Engineering Materials, 2010, 449: 23-28.

[31]. Y. Cohen, and I. Procaccia, Phys. Rev. E, 2010, 81: 066103.

[32]. D. Aguirre, J. Aldaco, and M. Hinojosa, Revista Mexicana de Física, 2015, 61: 254-260.

[33]. R.V. Goldstein, and R.L. Salganik, International Journal of Fracture, 1974, 10(4): 507-523.

[34]. M. Kardar, G. Parisi, and Y. C. Zhang, Phys. Rev. Lett, 1986, 56: 889.

[35]. A. Hansen, E. L. Hinrichsen, and S. Roux, Phys. Rev. Lett., 1991, 66: 2476.

[36]. TAPPI, T 411 om–97, Thickness (caliper) of paper, paperboard, and combined board, 1997.

[37]. TAPPI, T 410 om–98, Grammage of paper and paperboard (weight per unit area), 1998.

©2017 Universidad Simón Bolívar

[38]. TAPPI, T233 om–95, Fiber length of pulp by classification, 1995.

[39]. TAPPI, T 409 om–98, Machine direction of paper and paperboard, 1998.

[40]. TAPPI, T 414 om–98, Internal tearing resistance of paper (Elmendorf – type method), 1998.

[41]. TAPPI, T 494 om–96, Tensile properties of paper and paperboard (using constant rate of elongation apparatus), 1996.